

Aleksander Mihailovitš Ljapunov

Tõnu Viik



Aleksander Mihailovitš Ljapunov (1857-1918)

Rjazani kandi Ljapunovid pidasid ennast viiking Rjuriku järeltulijateks. Oma nime on nad ilmselt saanud vanast vene sõnast *ляпун*, mis tähendab liblikat. Vene biograafilise sõnastiku kohaselt pärinevad Ljapunovid galiitsia vürst Konstantin Jaroslavitšist, kes oli Aleksander Nevski noorem vend.

Aleksander Ljapunov sündis Jaroslavis Demidovi lütseumi direktori peres ja ta isa oli tuntud astronoom Mihail Vasiljevitš Ljapunov. Veidi aega enne seda oli isa lahkunud Kaasani ülikooli observatooriumist, kuna ülikooli juhtkond oli kehtestanud pärast N. Lobatševski lahkumist ülikooli rektori ametist politseilise kasarmurežiimi ülikoolis. 1863. a lahkus isa hoopiski teenistusest, ka tervise halvenemise pärast, ja perekond asus elama naise mõisas Bolobonovos Kurmõši maakonnas Simbirski kubermangus, kus pühendus oma kahe vanema poja – Aleksandri ja Sergei – kasvatamisele. Isa kabinetis maalisid poisid joonte vahel hanesulgedega suuri tähti. Isa oskas kiiret peastarvutamist, mida õpetas ka lastele. Pikkadel talveõhtutel istuti joonistamas geograafilisi kaarte, korraldati mängu, mis seisnesid reisisid erinevatesse maailmamaadesse. Kodus oli ka raamatukogu, täis vene-, saksa- ja prantsusekeelseid raamatuid matemaatikast,

astronoomiast, loodusteadustest, filosoofiast, ajaloost, etnograafiast, poliitökonoomiast ja kirjandusest. Pärast isa ootamatut surma 20. novembril 1868 infarkti tõttu hakkas Aleksander Mihailovitši õpetamine toimuma onu Rafail Mihailovitš Setšenovi peres (ta oli kuulsa füsioloogi Ivan Mihailovitš Setšenovi vend), kus Aleksander ja tema onutütar, tulevane abikaasa Natalja Rafailovna, valmistusid gümnaasiumi ainete ja keelte kursusteks. 1870. a kolis A.M. Ljapunov koos ema ja vendadega Nižni Novgorodi, kus ta alustas õppetööd kohe gümnaasiumi kolmandas klassis. Ta sattus õppima gümnaasiumis sel ajal, kui rahvahariduse ministriks määrati sinodi ülemprokurör krahv Dmitri Tolstoi, kes alustas oma valitsemisaega sellega, et sulges terve hulga reaalgümnaasiume ja viis sisse ladina keele õppe kohe esimesest klassist. Matemaatikatunde vähendati tunduvalt. Huvitav on märkida, et Vladimir Lenini isa Ilja Nikolajevitš Uljanov õpetas just sel ajal Nižni Novgorodi gümnaasiumis matemaatikat ja füüsikat.

1858. a oli perekonda sündinud kolmas vend Sergei, kes sirgudes hakkas sügavat huvi tundma muusika vastu ja temast sai kuulus helilooja, pianist ja dirigent, kes alates 1910. aastast oli Peterburi konservatooriumi professor.

Noorem vend Boris sündis 25. juulil 1862 juba Bolobonovos. Boris käis samuti Peterburi ülikoolis, kus õppis akadeemikute Vatroslav Jagitši ja Filipp Fjodorovitš Fortunatovi juures slaavi keeli ja filoloogiat. 1885. a lõpetas ta Peterburi ülikooli ja edaspidi töötas professorina nii Odessa kui Peterburi ülikoolides. Ta valiti NL ja Poola teaduste akadeemiate akadeemikuks ning Bulgaaria ja Tšehhi akadeemiate korrespondentliikmeks. Boris Ljapunov suri 22. veebruaril 1943 Borovoje külas Akmolinski oblastis.

Vanemates klassides ilmnes Ljapunovi huvi täppisteaduste vastu ja nendele pühendas ta palju tähelepanu. Lõpetanud gümnaasiumi 1876. a kuldmedaliga, astus ta Peterburi ülikooli füüsika-matemaatika teaduskonna loodusteaduste osakonda, kus kuulas professor Dmitri Ivanovitš Mendelejevi loenguid keemiast. Varsti sai ta aru, et tal on kaldumus matemaatikasse ja kuu aja pärast läks üle matemaatika osakonda, kus tollal professoriteks olid Pafnuti Lvovitš Tšebõšov ja tema õpilased Aleksander Nikolajevitš Korkin ning Jegor Ivanovitš Zolotarjov. Kuid ta jätkas Mendelejevi loengute kuulamist.

Esimesed iseseisvad teadustööd tegi Ljapunov mehaanikaproffessor Dmitri Konstantinovitš Bobõljovi juhendamisel. Neljanda kursuse tudengina sai ta kuldmedali töö eest hüdrostaatika

alal, mille oli välja pakkunud teaduskond. Selle töö alusel kirjutas ta oma kaks esimest teadusartiklit *Raskete kehade stabiilsusest rasketes vedelikes, mis on kindla kujuga anumad* ja *Hüdrostaatilise rõhu potentsiaalid*, milles täpsustati tingimusi ja toodi uued ranged tõestused varem ebatäpselt põhjendatud hüdrostaatika probleemidele. Need artiklid avaldati Vene füüsika-keemiaseltsi ajakirjas, kokku 85 leheküljel! Esimese neist kahest tööst kaitses Ljapunov matemaatikateaduste kandidaadikraadi saamiseks. D.K. Bobõljovi ettepanekul jäeti Ljapunov ülikooli juurde ette valmistuma professorikutse saamiseks.

Ülikooli lõpetamise ja magistratöö kirjutamise ajal elas Ljapunov koos oma noorema venna Borisiga isa õe A.M. Mihailovskaja korteris. Juba sel ajal armastas Ljapunov töötada öösiti, kui oli vaikne ja keegi teda ei seganud. Umbes sel ajal tekkisid Ljapunovil sõprusuhted oma noore sugulase Aleksei Nikolajevitš Krõloviga, kes õppis siis Peterburi merekoolis ja soovis saada paremat haridust matemaatika alal, kui seda koolis anti. Ljapunovil polnud midagi selle vastu, et oma noort sugulast õpetada. Aleksei Krõlovist sai hiljem kuulus matemaatik, mehaanik ja laevaehitaja.

Sel ajal (11.1880 - 1.11.1882) sai Ljapunov stipendiumi 600 rubla aastas. Kui aga stipendiumi maksmine lõppes, sattus Ljapunov raskesse olukorda, sest ta pidi ka venna eest hoolitsema. Õnneks sai Ljapunov siis endale ameti – praktilise mehaanika kabineti eest hoolitsemise, mis olukorra päästis.

1882. a sooritas Ljapunov magistrieksamid ja alustas tööd teise väitekirja kallal, mille teema andis talle Tšebõšov – *Pöörleva vedeliku ellipsoidaalsetest tasakaalukujunditest*. Kuigi Tšebõšov oli seda teemat soovitanud oma teistele õpilastelegi, nagu E.I. Zolotarjov ja Sofia Vassiljevna Kovalevskaja ja kuigi ta teadis selle uurimusega seotud raskustest, kuid ilmselt, nagu kirjutas Vladimir Andrejevitch Steklov: “Tšebõšov juba siis nägi selles noores inimeses erakordseid võimeid, kui ta riskis selle inimese õlgadele panna niisugust ülejökäivat tööd.”¹ On teada, et Tšebõšov pani isegi imeks seda, et see tema poolt esitatud probleem osutus nii raskeks. Kuid matemaatik Dmitri Aleksandrovitš Grave sõnade kohaselt olevat Tšebõšov Ljapunovile just öelnud, et teil, Ljapunov, tuleb matemaatikas tegeleda vaid erakordselt raskete probleemidega!

¹ Ljapunov ei teadnud, kas kumbki neist – Zolotarjov ja Kovalevskaja – üleüldse proovisid seda probleemi lahendada.

Ljapunov tegeleski selle ülesandega kaks aastat, kuid, nagu ta kirjutas:” Pärast mitmeid ebaõnnestumisi oleksin ma pidanud selle töö edasi lükkama määramatuks ajaks. Kuid see probleem viis mind teise probleemi juurde, nimelt probleemile ellipsoidaalsete tasakaalukujundite stabiilsusest, mis jäigi minu magistriväitekirja teemaks.” Kui ta oli Tšebõšovi antud probleemi lahendanud, sai ta teada, et William Thomson (Lord Kelvin) koos Edinburghi ülikooli professori Peter Gutrie Taitiga on avaldanud oma raamatus samasuguse probleemi lahenduse. Kuid kui Ljapunov selle tööga tutvus, siis nägi ta, et need kaks teadlast polnud lahendanud probleemi mitte nii üldisel tasemel kui tema oli seda teinud. Samal ajal pakkus nende õpetlaste kasutatud meetod – üldistatud Lagrange’i variatsioonprintsip – Ljapunovile suurt huvi ja ta andis sellele range matemaatilise tõestuse. Selle meetodi abil õnnestus Ljapunovil käsitleda sfääride, pöördellipsoidide ja kolmeteljeliste elipsoidide tasakaalu kujundeid. Osutus, et kui pöörleva vedeliku liikumishulga moment on väiksem kui mingi kindel suurus, siis on vedeliku pöörlemine stabiilne ja selle kuju on ellipsoid. Kui aga pöörlemiskiirus ületab selle piiri, siis tasakaal kaob ja vedelik võtab kolmeteljelise pöörleva ellipsoidi kuju. Ja kui pöörlemiskiirust veel tõsta, siis kolmeteljelised ellipsoidid kaotavad tasakaalu ning tekivad uued tasakaalulised kujundid, mida Ljapunovi meetod enam täpselt kirjeldada ei suutnud, kuid mida ligikaudselt kirjeldasid kolmandat järku algebralised pinnad. Need said hiljem nimeks pirnikujulised pinnad.

See esimene suurem töö *Pöörlevate ellipsoidaalse kujuga vedelike tasakaalust* sai kohe matemaatikute, mehaanikute, füüsikute ja astronoomide huviobjektiks kogu maailmas. 1885. a kaitses ta hiilgavalt Peterburi ülikoolis rakendusmatemaatika magistri väitekirja, kusjuures tema oponentideks olid D.K. Bobõljov ja Kahurväe akadeemia professor Nikolai Sergejevitš Budajev. Ljapunov ise lootis A.N. Korkini sõnavõttu kaitsmisel, kuid Aleksander Nikolajevitš piirdus vaid kohalolekuga.

Samal aastal kinnitati ta privaatdoksendi² staatuses ja talle tehti ettepanek asuda tööle Harkovi ülikooli mehaanikakateedris, kus ei olnud juba terve aasta loenguid peetud, sest seni sellel ametikohal töötanud Vassili Grigorjevitš Imšenetski³ valiti teaduste akadeemia liikmeks. Ülikool oli just korraldamas valimisi sellele kohale, kuhu oli nõusoleku andnud erakorraline

² Privaatdoksent on saksa ülikoolides (ja mujalgi) kasutatav tiitel inimesele, kel on õigus ülikoolis loenguid pidada, kuid kellele ülikool selle eest tasu ei maksa. Tasu võib privaatdoksent võtta vaid loengute kuulajailt.

³ V.G. Imšenetski oli Harkovi matemaatikaseltsi asutaja.

matemaatikaprofessor Matvei Aleksandrovitš Tihomandritski, kui tuli teade, et ministeerium on sinna ametisse määranud Ljapunovi.

Kuni 1890. aastani pidas Ljapunov üksi selles kateedris loenguid, mis võttis temalt palju aega. Ljapunovi suurepärase loengute kohta võib saada aimu tema õpilase akadeemik Steklovi sõnade kaudu:” ...auditooriumisse tuli kõigi poolt austatud vana dekaani professor Levakovskiga koos nägus noormees, peaaegu meievanune, ja pärast dekaani lahkumist hakkas erutusest väriseva häälega lugema süsteemide dünaamika kursuse asemel punkti dünaamika kursust, mida me olime juba kuulnud professor Delarue suust. Olin parajasti neljandal kursusel ja olin kuulnud Moskvast selliseid mehi nagu Davõdov, Tsinger, Stoletov, Orlov; kaks aastat olin olnud Harkovi ülikooli tudeng; mehaanikakursus oli mulle juba tuttav. Kuid juba loengu algusest peale kuulsin ma seda, mida ma varem polnud kuulnud ega kohanud üheski mulle tuntud õpikus. Ja kogu kursuse ebasõbralikkus kadus ühel hoobil. Oma talendi jõuga, mille võlule noorus enamasti allub, vallutas Aleksander Mihailovitš eneselegi teadmata tunni ajaga selle vaenulikult häälestatud auditooriumi. Sellest päevast alates leidis Aleksandr Mihailovitš tudengite silmis erilise koha: temasse hakati suhtuma erakordse aupaklikkusega. Enamus, kellele polnud vöörad teaduslikud huvid, rakendasid kogu oma jõu, et natukenegi tõusta nende kõrguste poole, kuhu Aleksander Mihailovitš viis oma kuulajaid. Tekkis eriline häbi tema ees oma teadmiste puudumise pärast. Paljud ei julgenud temaga rääkidagi, sest kartsid talle näidata oma teadmiste puudumist.”

Harkovi ülikoolis luges Ljapunov mitmeid teoreetilise mehaanika üldiseid ja erikursuseid, diferentsiaalvõrrandite lahendamist, tõenäosusteooriat. Neid loenguid siis ei publitseeritud, vaid nad jäid litografeerituteks. Need trükiti ära alles nõukogude ajal. Mehaanikast luges Aleksander Mihailovitš kuut kursust: kinemaatikat, materiaalse punkti dünaamikat, gravitatsiooniteooriat, deformeeritud kehade teooriat ja hüdrostaatikat. Lisaks Harkovi ülikoolile luges ta analüütilist mehaanikat ka Harkovi tehnoloogilises instituudis (1887-1893).

Talvisel õppevaheajal aastal 1886 sõitis Ljapunov Peterburi, et seal abielluda oma armastatu Natalja Rafailovnaga. Varsti pärast pulmi kolisid Natalja ja ta vanemad Harkovisse. Sama aasta juunis sõitsid Ljapunov ja Natalja pulmareisile, külastades Saksamaad, Austriat, Šveitsi ja Serbiat. Serbia külastamine oli Natalja soov, sest ta oli tundnud huvi selle maa ja rahva vastu ja ta oli

tõlkinud palju serbia keelest. Kohtumisi Serbias hõlbustas soovituskiri akadeemik Vatroslav Jagitšilt.

Võib öelda, et seoses ülikoolis loenguteks ettevalmistusega ei saanud Ljapunov teadusega nii aktiivselt tegeleda kui varem, kuid ikkagi püüdis ta oma töid publitseerida. Alates 1888. aastast avaldas A.M. Ljapunov rea töid, mis olid pühendatud lõpliku arvu vabadusastmetega mehaaniliste süsteemide liikumise stabiilsusele.

Ljapunov ei tahtnud professoriks saamisel kasutada magistrikraadi ja erakorraliseks professoriks saamise teed, vaid ta võttis ette enne doktorikraadi kaitsmise. Ja kuigi paljude matemaatikute ning mehaanikute arvates oli juba Ljapunovi magistritöö doktorikraadi väärt, kaitses ta 1892. a Moskva ülikoolis doktoritöö *Liikumise stabiilsuse üldine probleem*, kus üheks oponendiks oli professor Nikolai Jegorovitš Žukovski, kes oli kümme aastat varem kaitsnud töö samal teemal, ja teiseks oponendiks kuulus matemaatik Boleslav Kornelijevitš Mlodzejevski. Kaitsmine läks hiilgavalt korda. Kuna Ljapunovi doktoritöös oli vaja lahendada lineaarseid ja mittelineaarseid tavalisi diferentsiaalvõrrandeid ja nende süsteeme, siis uuris Ljapunov neid põhjalikult, näitas ära nende asümptootsed lahendid, samuti ka lahendite perioodsuse tingimused.

Ljapunovi doktoritöö kaitsmisega tekkis probleeme, sest see oli nii keeruline, et paljud akadeemikud ütlesid oponeerimisest ära. D.K. Bobõljov Peterburis soovitas oma kirjas Ljapunovile, et ta koostaks lühikese referaadi oma doktoritöö tulemustest ja saadaks Bobõljovile, sest nagu Bobõljov kirjas tunnistas, oli tal raskusi Ljapunovi doktoritööst arusaamisega!

Tõepoolest oli Ljapunovi töö kaugel ees sellest ajast, kui seda sai hakata kasutama tehnoloogias. Pealegi ei teinud Ljapunov ise mitte katsetki rakendada oma tulemusi praktikas, sest teda huvitas puhas teadus. Tal polnud ka tudengeid, kes oleksid hakanud uurima liikumise stabiilsuse küsimusi.

Alles 1930ndatel aastatel taipas Kaasani lennundusinstituudi matemaatik ja mehaanik Nikolai Gurjevitš Tšetajev Ljapunovi tööde tohutut rakenduslikku tähtsust. Tšetajevi panus Ljapunovi teooria arendusse on nii suur, et teda peetakse Ljapunovi otseseks teaduslikuks järglaseks stabiilsuse matemaatilise teooria arendamisel.

Huvi selle teooria vastu kasvas järsult külma sõja ajal, kui selgus, et nn Ljapunovi teist meetodit saab edukalt rakendada lennundusega seotud juhtimissüsteemides, mis tavaliselt sisaldavad tugevaid mittelineaarsusi, mida teiste meetoditega käsitleda ei saa.

Ljapunovi esimene meetod on viimasel ajal leidnud kasutamist kaose teooria uurimisel.

Tagatipuks on Ljapunovi stabiilsuse meetodid kasutamisele tulnud liiklusprobleemide lahendamisel.

Ljapunovi Harkovi eluperioodi juurde kuuluvad ka tema uurimused potentsiaaliteooriast ja samuti tahke keha liikumisest vedelikus, mis on tihedalt seotud tema õpilase ja hilisema kolleegi Steklovi uurimustega. Aastatel 1899 kuni 1902 oli Ljapunov Harkovi matemaatikaseltsi esimees ja seltsi *Teataja* toimetaja. Kõik oma tööd sellest perioodist, mis olid pühendatud põhiliselt potentsiaali teooriale, kandis ta ette seltsi koosolekuil.

Harkovis töötamise viimastel aastatel andis teaduskond Ljapunovile ülesandeks pidada loenguid ka tõenäosusteooriast. Tegelemine tõenäosusteooriaga oli vaid lühike episood Ljapunovi teadustöös, ja ikkagi saavutas ta selles fundamentaalse tähtsusega tulemusi. Ta tõestas tõenäosusteooria olulise probleemi, mille oli tõstatanud Tšebõšov, kuid jätnud tõestamata. Selles tõestuses kasutatud meetod on praegu üks põhilistest tõenäosusteoorias.

Pärast 1893. a laienes oluliselt nende ajakirjade loetelu, kus Ljapunov oma töid avaldama hakkas. Nii näiteks võib üles lugeda lisaks *Harkovi matemaatikaseltsi teadetele* Moskvast ilmunud *Matemaatilist kogumikku, Loodusteaduste, antropoloogia ja etnograafia amatöörade seltsi füüsikateaduste osakonna teateid, Comptes Rendus* (Pariis), *Puhta ja rakendusmatemaatika ajakirja* (Pariis).

Detsembris 1894 suri Ljapunovi õpetaja Tšebõšov. Ljapunov avaldas sel puhul *Harkovi matemaatikaseltsi teadetes* artikli, mis oli pühendatud sellele suurele vene teadlasele ja kus olid ära toodud tema elu olulised faktid ja saavutused.

Pedagoogilise ja teadusliku töö kõrval pühendas Ljapunov palju tähelepanu ka praktilise mehaanika laboratooriumile, mille juhatajaks ta mehaanika professorina oli. Sinna oli kogunenud palju mittevajalikku ja kõigepealt pidi Ljapunov kabineti puhastama kõigest üleliigsest. Selle tulemusena hakkas kabinet täitma oma otstarvet: seal olid nende seadmete mudelid, mida läks vaja rakendus- ja teoreetilise mehaanika õpetamiseks.

Nagu juba märgitud, armastas Ljapunov puhata perekonnamõisas Kurmõši maakonnas, kuid 1897. a suvel sõitis ta koos abikaasa, ämma ja vend Borisiga Krimmi, kus nad elasid peaaegu kuu aega Jaltas. Kuid just sel ajal halvenesid nii Ljapunovi abikaasa kui ämma tervised.

1901. a valis Harkovi ülikooli nõukogu komisjoni, kellele tehti ülesandeks hakata tegutsema sel ajal kehtinud ülikoolide seaduse vastu. Kaheteistkümne professori hulgas olid ka Ljapunov ja Steklov. Komisjon koostas ettepanekute projekti, kuidas muuta 1884. a kehtima hakanud ülikoolide seadust. Kajuks ei mõjunud Harkovi ja mitme teise Venemaa ülikooli ettepanekud tollaegsetele poliitikutele ja vana kord jäi püsima.

1900. a valiti Ljapunov Teaduste akadeemia kirjavahetajaliikmeks ja 1901. a rakendusmatemaatika kateedri akadeemikuks – see koht oli vabaks jäänud pärast Tšebõšovi surma. Tolleaegne kord nõudis, et akadeemiku elukoht oleks Peterburis ja 1902. a kevadel koliski Ljapunov Peterburi, kus asus kuni 1915. aastani elama aadressil Keskmine prospekt 48 ja pühendus täielikult teadustööle – taevakehade kujude uurimisele, st ühtlaselt pöörlevate vedelike tasakaalulistele figuuride uurimisele. Selle uurimistöö taaskäivitamisel sai ta Steklovilt teada, et Henri Poincaré on avaldanud raamatu *Vedela massi tasakaalufiguurid*. Olles kindel, et Poincaré on Ljapunovi kavandatud uurimistöö ära teinud, lõpetas Ljapunov alustatu. Kuid saanud kätte Poincaré raamatu, ei näinud ta seal tõestust, et eksisteerivad McLaurini ja Jacobi ellipsoididele lähedased tasakaalulised figuurid. Ning Ljapunov alustas tööd uuesti.

Kui Ljapunov läks Peterburi, siis jättis ta Harkovi ülikoolis tudengeid õpetama oma õpilase Steklovi, kes oli juba varem saanud erakorraliseks professoriks ning kes 1902. a kaitses doktoriväitekirja rakendusmatemaatika alal. Harkovi matemaatikaselts hindas tema tegevust väga kõrgelt ja valis ta pärast Ljapunovi lahkumist seltsi esimeheks.

Sellesse aega kuulub ka Ljapunovi väitlus Moskva matemaatikaprofessori ja hilisema Moskva ülikooli rektori Pavel Aleksejevitš Nekrassoviga, kes kuulutas nii Tšebõšovi kui Ljapunovi tulemused valeks, ometi mitte mingeid konkreetseid vigu näitamata, vaid ainult kirjutades, et need vead on olemas tema “sügava veendumuse kohaselt”. Ljapunov lükkas kõik Nekrassovi udused väited tagasi ja kirjutas, et ta poleks hakanud sellistele ebamäärastele süüdistustele vastamagi, kuid tegu on professori ja arvatavasti siis ka oma ala asjatundjaga. Ja veel viisteist aastat hiljem tuli Ljapunovil taas Nekrassoviga rinda pista, sest Nekrassov oli siis nimetatud

rahvahariduse ministeeriumi nõukogu liikmeks. Seekord lükkas Nekrassovi väited ümber Teaduste akadeemia komisjon ja aeg on näidanud nii Tšebõšovi kui Ljapunovi tulemuste õigsust. 1908. a lähetas Teaduste akadeemia Ljapunovi osa võtma IV Rahvusvahelisest matemaatikute kongressist Roomas. Nagu tavaliselt, sõitis ta Rooma koos Natalja Rafailovnaga. Peterburi ülikool oli Roomasse lähetanud Steklovi.

Ta võttis osa ka Leonhard Euleri kogutud teoste väljaandmisest ja oli üheks toimetajaks selle koguteose 18. ja 19. köite väljaandmisel.

1917. a juuli lõpus sõitis Ljapunov koos oma abikaasaga Odessasse oma venna Boris Mihailovitši juurde, sest abikaasal ägenes kopsutuberkuloos. Suve lõpuks võttis Natalja Rafailovna haigus hirmuäratava vormi. Naise surma eelaimdus, tema kustumine iga päevaga, Ljapunovi enda lähenev pimedaksjäämine, rasked elutingimused – kõik see viis Ljapunovi vaimu murdumise piirile. Ometi leidis ta endas jõudu 1918. a septembris Odessa ülikooli füüsika-matemaatika teaduskonna palvel alustada kursuse *Taevakehade kujust* lugemist, mis baseerus tema viimastele töödele. 31. oktoobril 1918. a Ljapunovi abikaasa suri. Samal päeval Ljapunov tulistas ennast ja teadvusele tulemata suri 3. novembril kell 5 päeval Odessa haiglas. Ta maeti Odessa Teisele kristlikule kalmistule.

Ljapunovi saavutused teaduses leidsid tunnustamist kogu maailmas: ta oli Peterburi, Harkovi ja Kaasani ülikoolide auliige, Harkovi matemaatikaseltsi auliige, Rooma akadeemia välisliige, Pariisi akadeemia kirjavahetajaliige.

Lisaks sellele on Odessas, Moskvas ja Harkovis nimetatud tänavad Ljapunovi auks, Odessa I.I. Metšnikovi nimelise Riikliku Ülikooli õuele püstitati Ljapunovi büst, tema elukohas, Sofia tänav nr 10, on memoriaaltahvel. Venemaa Teaduste akadeemia asutas A.M. Ljapunovi nimelise preemia. Ljapunovi auks on nimetatud asteroid 5324 Ljapunov. Selle avastas Krimmi Astrofüüsika Observatooriumi astronoom Ljudmila Karatškina 22. septembril 1987.

Kasutatud kirjandus

А. Л. Цыкало, Александр Михайлович Ляпунов (1857-1918), Москва, Наука, 1988

<http://www-mechmath.univer.kharkov.ua/theormech/lapunov.html>

[https://ru.wikipedia.org/wiki/Ляпунов, Александр Михайлович](https://ru.wikipedia.org/wiki/Ляпунов,_Александр_Михайлович)

<https://rus.team/people/lyapunov-aleksandr-mikhajlovich>

[https://en.wikipedia.org/wiki/Lyapunov stability](https://en.wikipedia.org/wiki/Lyapunov_stability)