

EBERHARD FREDERICH FERDINAND HOPF



Eberhard Hopf (04.04.1902 – 24.07.1983) oli huvitava saatusega austria-ungari matemaatik ja astronoom. Ta oli ka üks ergoodsuse teooria¹ rajajaid ning bifurkatsiooniteooria pioneer, kes andis olulise panuse osatuletistega diferentsiaalvõrrandite ja integraalvõrrandite teooriasse, vedeliku dünaamikasse ja diferentsiaalgeomeetriasse. Hopfi maksimumi printsiip on tema varakult leitud tulemus (1827) ja kõige tähtsam tehnika elliptiliste diferentsiaalvõrrandite teoorias.

Eberhard Hopf (edaspidi Hopf) sündis Salzburgis. Tema isa Friedrich Hopf oli šokolaadivalmistaja. Hopf lõpetas kooli Berliinis 1920. a ja seeärel õppis seitse semestrit Berliini ülikoolis ja ühe semestri Tübingeni ülikoolis. Suurema osa oma teadlaseks kujunemisel veetis ta Saksamaal, kus sai doktorikraadi matemaatikas 1926. a ja ta habiliterus matemaatilises astronoomias 1929. a Berliini ülikoolis, saades *venia legendi* matemaatikas ja astronoomias. Tema juhendajad olid Erhard Schmidt ja Issai Schur. 1927. a sai ta teaduslikuks assistendiks Astronoomilises Rehkendusinstituudis Berliini ülikoolis. 1929. a abiellus ta oma endise kaastudengi Ilse Wolfiga, kes oli kuulsa muusikateadlase Johannes Wolfi tütar. Muusika oli oluline ka Hopfile, kes mängis väljapaistval viisil klaverit ja Ilsele, kes oli laulja. 2006. a kinnitas H.-J. Girlichile seda nende tütar Barbara Hopf Offenhartz, lisades, et tema vanemad olid väga külalislahked ja musikaalsed inimesed ning nende muusikaõhtud olid kaunid.

¹ Ergoodsuse teooria on matemaatika haru, mis tegeleb deterministlike dünaamiliste süsteemide statistiliste omadustega. Statistiliste omaduste all on siin mõeldud selliseid omadusi, mis on väljendatud mitmesuguste funktsioonide ajaliste keskmiste kaudu mööda dünaamiliste süsteemide trajektoore. Seejuures oletatakse, et dünaamikat kirjeldavad võrrandid ei sisalda juhuslikke häiritusi, müra vms. Seega käsitletaval statistikal on dünaamika omadused.

Kuid majanduslik olukord 1929. a Saksamaal oli väga raske ning korraliku palgaga töökohta polnud leida. Hopf sai siiski Rockefelleri stipendiumi ja aastatel 1930-1932 asus tööle Harvardi kolledži observatooriumis koos Birkhoffiga topoloogia ja ergoodsuse teooria alal. Seal kohtas Hopf Norbert Wienerit, kes töötas naabruses asuvas Massachusettsi Tehnoloogia Instituudis (MIT). Nende kuulus ühine artikkel ilmus 1931. a. Muu hulgas uuris ta mõõdu teooriat ja invariantseid integraale ergoodsuse koha pealt ja tema artiklit *Ajalise keskmestamise teoreemist dünaamikas*, mis ilmus ajakirjas *Proceedings of the National Academy of Sciences*, peavad paljud esimeseks loetavaks artiklits moodsas ergoodsuse teorias. Teine oluline panus sellele perioodil oli *Wiener-Hopf equations*², mida ta arendas koostöös Norbert Wieneriga MITist. 1960. aastaks oli nende võrrandite diskreetne versioon laialt kasutusel elektriinseneerias ja geofüüsikas ja see kasutamine pole praegusekski vaibunud. Teine suund tema uuringutes sel ajal olid täheatmosfäärid ja elliptilised osatuletistega diferentsiaalvõrrandid.

Norbert Wieneri abil sai Hopf 1931. a dotsendi ametikoha MITi matemaatikateaduskonnas. Algselt oli leping kolmeks aastaks, kuid see pikendati neljale aastale. Selle aja jooksul tegeles ta sügavuti ergoodsuse teooriaga, avaldades artiklid *Complete Transitivity and the Ergodic Principle* (1932), *Proof of Gibbs Hypothesis on Statistical Equilibrium* (1932) ja *On Causality, Statistics and Probability* (1934). Viimases artiklis käsitleb suvaliste funktsioonide meetodit kui tõenäosuse vundamenti. Selliste kontseptsioonide abil sai Hopf anda ergoodsuse teooria mitmele tulemusele unifikseeritud esituse. Samal ajal andis ta välja raamatu *Mathematical problems of radiative equilibrium*, mis trükiti uuesti 1964. a. Kolleegid ütlesid, et Hopfil on omadus selgitada kõige keerulisemaid probleeme

² Wiener-Hopfi meetod on matemaatiline tehnika, mida kasutatakse laialt rakendusmatemaatikas. Autorid arendasid seda kui meetodit integraalvõrrandite süsteemide lahendamiseks, kuid meetod leidis laia kasutamist kahemõõtmeliste segaääretingimustega osatuletistega diferentsiaalvõrrandite lahendamiseks samal pinnal. Üldiselt töötab see meetod hästi kui kasutada teisendatud funktsioonide kompleks-analüütilisi omadusi. Tavaliselt kasutatakse standardset Fourier' teisendust, kuid on näiteid ka Mellini teisenduse kasutamisega.

mitte ainult kolleegidele, vaid ka mittespetsialistidele. Isegi nii, et pärast Hopfi selgitusi said ka matemaatikud ise oma teooriatest paremini aru.

Kui natsid tulid Saksamaal 1933. a võimule, siis võtsid nad vastu hulga seadusi, mis sundisid juute ja poliitiliselt ebasobivaid isikuid ülikoolidest ja mujalt lahkuma.

Väljaaetud kaotasid alguses oma töökoha ja hiljem ka pensioni. 1937. aastaks oli professorite arv Saksamaal vähenenud ca 30%, matemaatikat õppivate tudengite arv ca 93%, füüsikatudengite arv ca 74%. See tekitas tohutu hulga väljapaistvate matemaatikute väljarände maadesse, mida nad ei tundnud ja mille keelt nad ei osanud. Saksamaal aga tekkis tohutu hulk täitmata ametikohti. Nii tuli Kurt Hohenemser³ paljude teiste hulgas mõttele kutsuda laias maailmast tagasi neid õppejõude, keda natsirežiim ei ähvardanud, et vabastada ametikohti välismaal Saksamaalt põgenevatele inimestele. See ei osutunud lihtsaks, sest paljudes saksa ülikoolides kujunes välja kaks leeri: kohalejäänud professorid vs natsid, kes olid koondunud nn Dozentenschafti. Esimeses rühmas olid neutraalsust säilitada püüdnud professorid ja teises enamasti riigitruud, kuid teaduslikult kahvatud dotsendid koos Hitlerjuggendi tüüpi tudengitega. Mitmetes ülikoolides Dozentenschaft võidutses, nagu näiteks Berliini ülikoolis, kus Richard von Mises vallandati ja asemele tuli riigitruu, kuid matemaatikat absoluutselt mittetundev isik. Sama isikut sooviti näha Caratheodory järeltulijana, kuid Oskar Perron ja Ludwig Prandtl takistasid seda oma hävitavate iseloomustustega.

Saksamaal Leipzigi ülikoolis otsiti asendajat Leon Lichtensteinile⁴ ja hoolimata natside tugevast vastuseisust pakuti kohta Hopfile, kes selle vastu võttis. Ta teadis, et peab tegutsema kiiresti, kuna juba kolmes ülikoolis – Bonn, Göttingen ja Berliin - oli tema kandidatuur Dozentenschafti poolt

³ Kurt Heinrich Hohenemser (1906 – 2001) oli saksa päritolu ameerika aerokosmilise eriala insener ja helikopterite disaini pioneer.

⁴ Leon Lichtenstein (1878 – 1933) oli poola-saksa matemaatik, kes andis panuse diferentsiaalvõrrandite teoorias, konformses kujutamises ja potentsiaaliteoorias. Ta oli huvitatud ka teoreetilisest füüsikast, avaldades uurimistöid hüdrodünaamikast ja astronoomiast.

maha hääletatud (stiilis:” tudengina oli tal sõber, kes oli kommunist”). Nii juhtuski, et Hopf sõitis 1936. a koos abikaasa Ilsega Saksamaale Leipzigsse, lootuses kohe professori kohta saada, kuid sai ainult kateedri administraatoriks. Professoriks sai ta alles järgmisel suvel. Ametlikult oli ta 1942. aastast alates tööl asutuses *Deutsche Forschungsanstalt für Segelflug* Ainringis Freilassingi lähedal Baieris, kus ta uuris vedeliku dünaamikat ja turbulentsi.

Leipzigs avaldas Hopf artikli *Statistik der geodätischen Linien in Mannigfaltigkeiten negativer Krümmung* (1939) ja artikli suletud Riemanni muutkonna kõveruse mõjust selle topoloogiale (1941).

1944. a otsiti järeltulijat Caratheodoryle Ludwig-Maximilian-Universitāt Münchenis ja lõpuks pakuti kohta Hopfile. Kõikidele teistele kandidaatidele oli Dozentenschaft olnud vastu, kuid Hopfi kandidatuuriga olid nad rahul ning Hopf hoidis seda kohta 1948. aastani. Pärast II maailmasõja lõppu kirjutas Hopf Richard Courantile, et ta oli poliitiliselt lühinägelik, kui tuli Ameerika Ühendriikidest Saksamaale, misjärel Courant andis talle omanimelises instituudis külalisprofessori koha üheks aastaks. Seejärel sai Hopfist alguses professor Indiana ülikoolis Bloomingtonis ja hiljem uurija-professor samas kuni oma surmani.

Ta külastas mitmeid kordi Saksamaad ja talle pakuti Heidelbergi ülikoolis kateedrit, kuid ta keeldus. Rita Meyer-Spasche püüab aru saada, miks Hopf keeldus Saksamaale tulemast, sest ta pidi ometi aru saama, et Saksamaal pole enam natside diktatuuri. Väga põhjalikult püüab ta analüüsida, kas Hopf oli nats. Ta kaldub arvamusele, et tegelikult Hopf nats ei olnud, kuid samas polnud ta ka natside võimu vastane. Ja et Hopfi kallutas Saksamaale tagasi pöörduma soov saada professoriks, sest Saksamaal on professori maine kaugelt kõrgem kui näiteks Ameerika Ühendriikides.

Ja ikkagi on hiljem püütud mitmel viisil ikkagi viidata, et Hopf oli paljude arvates nats. Üks seliseid viise on tema nime valesti kirjutamine mitmetes

viidetes. Võiks ju arvata, et see on lihtsalt juhuslik, kuid selliseid “eksimusi” on liiga palju.

Hopf avaldas ka 81-leheküljelise raamatu *Ergodentheorie* (1937), millest suurem osa oli valminud MTIs töötamise ajal ja mis võttis täpselt ja elegantselt kokku ergoodsuse teooria. 1940. a oli Hopf kutsutud esinejate nimekirjas Cambridges’is toimuma pidanud Rahvusvahelisel Matemaatikute kongressil. Kuid puhkes II maailmasõda ning kongress jäeti ära.

Tähtsa publikatsioonina avaldas Hopf 1963. a ajakirjas *Journal of Mathematics and Mechanics* artikli *An inequality for positive linear integral operators*, mis uuris mõningaid Jentzsch'i teoreemi laiendusi positiivsete omafunktsioonide olemasolu kohta positiivsetel integraaloperaatoritel.

1971. a oli Hopf Ameerika Matemaatikaseltsi Gibbsi lektor ja ta avaldas töö *Ergodic theory and the geodesic flow on surfaces of constant negative curvature*. Hopf kirjutas selle sissejuhatuses:-

Kuulsaid uuringuid konstantse negatiivse kõverusega pindadel on teinud sajandivahetusel F. Klein ja H. Poincaré seoses kompleksfunktsioonide teooriaga. Geodeetiliste joonte teooriat neil pindadel arendas laias laastus hiljem P. Koebe⁵. Vaadeldav töö on autori Gibbs'i loengu edasiarendus nii aastast 1971 kui ka aastast 1939, vähemalt see osa, mis puudutab konstantse negatiivse kõverusega pindu.

Hopfi ei ole kunagi andestatud tema Saksamaale tagasipöördumist 1936. a, kusjuures on arusaamatu, et unustati ka tema töö ergoodilise teooria arendusel või anti autorlus enamusel Hopfi töödest ergoodsuse teooria ja topoloogia kohta hoopis kellelegi teisele pärast II maailmasõja lõppu. Tüüpnäide on Hopfi nime ärajätmine Wiener-Hopfi võrrandeid puudutavates artiklites, mis nimetati ümber Wieneri filtriteks.

⁵ Paul Koebe (1882 – 1945) oli saksa matemaatik. Ta tegeles kompleksarvudega ja tema tähtsaimad tööd on seotud Riemanni pindade univormimisega neljas artiklis aastatel 1907-1909. Poliitiliselt oli ta natsirežiimi pooldaja.

Kõige selle juures tekib küsimus, millega need “unustajad” ja autorluse muutjad on paremad natsidest? Nad ju samastusid sellises tegevuses natsidega.

Andrzej Icha, Pomorska akadeemia professor Poolast on võtnud Hopfi saavutused kokku järgmiselt:

Tema huvid ja tähtsamad saavutused on osatuletistega ja tavaliste diferentsiaalvõrrandite vallas, variatsioonarvutuses, ergoodsuse teoorias, topoloogilises dünaamikas, diferentsiaalgeomeetrias, kompleksfunktsioonide teoorias ja funktsionaalanalüüsis. Tema tööd on suurima tähtsusega hüdrodünaamikas, turbulentsi teoorias ja kiirguslevi teoorias.

Kasutatud allikad

https://en.wikipedia.org/wiki/Eberhard_Hopf

https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Hopf_Eberhard/

<http://hdl.handle.net/21.11116/0000-0002-8E9C-F>

https://en.wikipedia.org/wiki/Kurt_Hohenemser

<https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=12959>

https://en.wikipedia.org/wiki/Wiener%E2%80%93Hopf_method

<https://search.worldcat.org/title/statistik-der-geodatischen-linien-in-mannigfaltigkeiten-negativer-krummung/oclc/721046324?referer=di&ht=edition>

R. Meyer-Spasche, *Eberhard Hopf between Germany and the US*,

<http://hdl.handle.net/21.11116/0000-0002-8E9C-F>