

MITCHELL JAY FEIGENBAUM



Mitchell Feigenbaum (19.12.1944 – 30.06.2019) oli poola päritolu ameerika matemaatiline füüsik, kes uuris deterministliku kaose mõjutatud välju kardioloogiast kartograafiani ja kes avastas nn Feigenbaumi konstandi kaose teoorias. Tegelikult on neid konstante kaks - $\delta = 4.6692$ ja $\alpha = 2.5029 \dots$ mis mõlemad kirjeldavad suhteid mittelineaarse bifurkatsiooni seostes.

Mitchell Jay Feigenbaum sündis Ameerika Ühendriikides Philadelphias juudi perekonnas. Tema isa oli analüütiline keemik Abraham Joseph Feigenbaum, kes oli emigreerunud Ameerika Ühendriikidesse väikesest Poola linnast Varssavi lähedal. Feigenbaumi (keda kõik kutsusid Mitchiks) ema oli Mildred Sugar, kelle vanemad olid emigreerunud Ameerika Ühendriikidesse Kiievist. Feigenbaum oli kolmest lapsest keskmine – tema vend oli Edward ja õde Glenda.

Feigenbaum astus Samuel J. Tildeni andekate laste kooli Brooklynis viieaastasena. Erinevalt Edwardist, kellel olid kõik imelapse omadused, nagu väga noorelt lugema õppimine, ei osanud Feigenbaum kooli minnes veel lugeda ja ema pidi teda aitama, et poiss saavutaks teiste laste taseme.

Kui ta läks üle teise kooli – New Yorki Linna keskkooli, siis ta muutus igavust tundvaks ja ei suhelnud oma kaaslastega. Feigenbaumi ema õpetas talle algebrat, kui ta oli alles viiendas klassis, kuid Feigenbaum ei sallinud kaua aega lugemist. Võib-olla oli põhjus selles, et ta hakkas lugema artikleid

Encyclopaedia Britannica'st, mis ilmselt olid talle liiga rasked

mõistmiseks. Kaheteistkümne aastasena astus ta Brooklyni keskkooli ja umbes sel ajal hakkas ta käituma obsessiivselt, mis ilmnis maksimaalse puhtuse taotluses – ta pesi pidevalt oma käsi. See komme kestis kuni Massachusettsi Tehnoloogia Instituuti elektriinseneriks õppima asumiseni 1964. a, kuid ta

muutis kiiresti oma suuna valikut ja valis hoopis füüsika erialaks. Ta kaitses doktoriväitekirja osakeste füüsikast 1970. a, kasutades Feynman diagramme footonite hajumisel skalaarsetel osakestel, kusjuures ta juhendaja oli Francis E. Low¹. Samal aastal sai ta postdoc'iks Cornelli ülikoolis.

Algul polnud tal mingit motivatsiooni, ta hulkus ringi kohvikutes ja lahendas ristsõnu *New York Times*'is. Tõsi küll, ta tegi seda suure kiirusega. Kuid Cornellis sõbrunes ta inimestega, kes olid talle tähtsad. Üks neist oli väljapaistev tudeng Kroaatiast Predrag Cvitanović, kes õppis kvantelektrodünaamikat ja kes oli samuti huvitatud saksa kirjandusest. Teine oli Predragi sõbranna, noor poet Kathleen Doorish, ja veel tõusev täht, füüsika professor Pete Carruthers, kes jagas Feigenbaumi huvi klassikalise muusika vastu.

Kahe aasta jooksul Cornellis ei avaldanud Feigenbaum midagi, ometi Hans Bethe nägi temas tulevast suurust ja saatis ta järgmisele postdoc'i positsioonile Virginia polütehnilises instituudis. Seal suutis Feigenbaum avaldada kolmeleheküljelise artikli *The Relationship between the Normalization Coefficient and Dispersion Function for the Multigroup Transport Equation*. Kui Feigenbaumi kaks aastat hakkasid lõppema, siis polnud selge, mida ta edasi tegema hakkab. Siis aga Feigenbaumi sõber Pete Carruthers oli saanud ülesande moodustada Los Alamoses nn Teoreetiline Divisjon ja täita see tema omal valikul noorte andekate füüsikutega. Carruthers palkas ka Feigenbaumi ja rääkis pärast, et tal oli kindel kõhutunne – Feigenbaum avastab millegi väga suure.

Algul suunas Carruthers Feigenbaumi tegelema transpordi probleemidega kvantväljateoorias, kuid hiljem muutis selle vedeliku turbulentsi uurimiseks. Me kõik teame, kui keeruline on vee liikumine näiteks aerulaba taga ja hoolimata sajandeid kestnud uurimisest, ei osanud füüsika suurt midagi selle protsessi kohta öelda. Ainuke korralik tulemus on Andrei Kolmogorovi oma ja

¹ Francis Eugene Low (1921 – 2007) oli ameerika teoreetiline füüsik. Ta oli Massachusettsi Tehnoloogiainstituudi professor, ja aastatel 1980-1985 instituudi provost (tähtsuselt teine ametnik kõrgkoolis). Ta oli ka mõjuka riigikaitselise nõuandva JASONi rühma liige.

see ütleb, et keerised moodustavad kaskaadi, mille lainearvud alluvad $k^{-5/3}$ seadusele.

Feigenbaum oli Cornelli ülikoolis aastatel 1982-1986 ja siis asus tööle Rockefelleri ülikoolis kui Toyota professor 1987. a. Kuigi vedeliku turbulentsi teooria jäi valmimata, siis Feigenbaumi uuringud sillutasid tee kaose teooriale, mis selgitab mitmete dünaamiliste süsteemide käitumise.

Kui Feigenbaum alustas oma karjääri 1970. aastate algul, siis sellist terminit nagu kaose teooria polnud olemas. Kuigi muidugi oli uuritud kompleks-süsteemide käitumise ennustatavuse võimalusi, nagu seda oli teinud Isaac Newton päikesesüsteemi planeetide orbiitide jaoks. XX sajandi keskpaigaks olid füüsikud ja matemaatikud olnud edukad – sageli arvutite abil - süsteemide kaootiliste seisundite iseloomustamisel. Kuid ikkagi jäi piir regulaarsete ja kaootiliste käitumise vahel uduseks, eriti muidugi reaalsete füüsikaliste süsteemide jaoks.

Feigenbaumi saavutustest rääkides peatume sellel, et algselt uuris ta nn logistilist kujutist

$$x_{n+1} = r x_n (1 - x_n),$$

mis sisaldab ainsa lineaarse parameetri r ja mis näitab meile näiliselt juhuslikku käitumist, mida nimetatakse kaoseks, kui see parameeter asub teatud vahemikes. Kui seda parameetrit suurendada selle vahemiku lõpppunkti poole, siis kujutisel ilmneb bifurkatsioon mingi selle parameetri täpse väärtuse juures. Esiteks ilmneb üks stabiilne punkt, siis hargneb kujutis võnkumiseks kahe väärtuse vahel, siis järgneb uus bifurkatsioon juba nelja väärtuse vahel jne. Feigenbaum leidis 1975. a oma HP-65 kalkulaatoril, et sellisel perioodi kahekordistumisel nende parameetrite vahede suhe pürgib konstandi 4.6692... poole. Täpsemalt ei lubanud tema kalkulaator seda konstanti määrata. Seejärel näitas Feigenbaum, et samasugust käitumist sama konstandiga kohtab laial matemaatiliste funktsioonide klassil, ka näiteks siinusfunktsioonil, enne kui sisse lülitub kaos. See universaalne käitumine on määratud kahe universaalse konstandiga, mis nüüd kannavad nime Feigenbaumi konstandid – $\delta = 4.669201609102990671853203820466...$ ja

$\alpha = 2.502907875095892822283902873218\dots$

Stephen Wolfram kirjutab haaravalt, kuidas Feigenbaum püüdis oma tulemusi avaldada ja pörkus äraütlemistele. Feigenbaum saatis oma tulemusi kirjeldava artikli tuntud akadeemilisele ajakirjale *Advances in Mathematics*. Kirjale järgnes pooleaastane vaikus ja seejärel selle avaldamisest keeldumine.

Feigenbaum proovis teise artikli saatmisega ajakirja *SIAM Journal of Applied Mathematics*. Tulemus oli sama. Wolfram kirjutab, et teda see ei üllatanud, sest tema arvates publitseeritakse su tulemused kiiresti, kui sa avaldad töö mingis kindlaks kujunenud teadussuunas. Kuid kui su töö on tõeliselt uudne või originaalne, siis võid olla kindel, et su tööd ei avaldata, kas siis intellektuaalse lühinägelikkuse või akadeemilise korrupsiooni tõttu.

Feigenbaumi puhul oli veel tegu sellega, et tema tööst ei olnud lihtne aru saada.

Lõpuks muidugi Feigenbaumil õnnestus oma töö avaldada. See sündis 1978. a Joel Lebowitzi abil, kes siis oli ajakirja *Journal of Statistical Physics* toimetaja. Ja seda tänu asjaolule, et Lebowitz Feigenbaumi tundis (kuigi väitis, et ta artiklist aru ei saanud!). Seega ilmus töö *Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations*, mis fikseeris Feigenbaumi suursaavutuse. Kuid tööle au andes ilmutas Feigenbaum oma tulemused juba ettekandes 26. augustil 1976. a ja need ilmusid trükis Los Alamosse Teoreetilise Divisjoni 1975–1976. aastate aruandes.

Ega pole imestada, et Feigenbaum ei võtnud selliseid äraütlemisi kergelt ja ta hoidis neid äraütlemise kirju kaua aega oma lauasahelis.

Stephen Wolfram kirjutab ka sellest, et 1979. a suvel avaldas Albert Libchaber Pariisis oma füüsikalise eksperimendi tulemused turbulentsi ülemineku kohta konvektsiooniks vedelas heeliumis, kus ta fikseeris perioodi kahekordistumist täpselt konstandiga δ , mille Feigenbaum oli välja arvutanud. Seega see polnud ainult mingi matemaatiline tulemus, vaid see konstant ilmnes ka reaalses füüsikalistes süsteemides.

1983. a sai Feigenbaum MacArthuri stipendiumi ja 1986. a sai ta koos Rockefelleri ülikooli kolleegi Albert Libchaberiga Wolfi auhinna füüsikas oma pioneerlike teoreetiliste uuringutega, mis näitasid mittelineaarsete süsteemide universaalset iseloomu madalatemperatuuriliste vedelike dünaamika eksperimentides ja mis võimaldasid kaose süstemaatilist käsitlemist, näiteks elektrivõrkudes ja bioloogilistes süsteemides.

Feigenbaum oli Scrippsi uurimisinstituudi teadusjuhtide nõukogus ja jäi Rockefelleri ülikooli Toyota professoriks 1987. aastast kuni oma surmani. Feigenbaum arendas ka fraktalmeetodeid kartograafias, kui Hammondi Maailmaatlase korporatsioon² värvas ta tegelema geograafiliste kaartide koostamisega arvutite abil. Feigenbaum kasutas fraktalgeomeetriat looduslike piiride kirjeldamiseks, nagu näiteks rannajooned ja riigipiirid, ja koostas selleks tarkvara, mis arvestas sellega, et maakaarte läheb vaja erinevates skaalades ja projektsioonides. Feigenbaum lõi ka uue arvutusliku koodi kaartidele sümbolite paigutamiseks, mis oli võimeline paigutama kaardile tuhandeid nimetusi minutis. See protsess oli varem nõudnud terveid kuid hoolikat tööd.

Feigenbaum asutas koos Michael Goodkiniga arvutifirma Numerix 1996. a. Selle kompanii algne toode oli eksootiliste finantsderivatiivide ja struktureeritud produktide hinna arvutamine Monte Carlo meetodil, mis lühendasid tuhandekordselt arvutamiseks kuluvat aega ja suutsid keeruliste portfooliote jaoks hinnata rahamaailmas tavalisi riske.

1990. aastate keskel tegeles Feigenbaum koos Rockefelleri ülikooli presidendi Torsten N. Wieseliga Rockefelleri Füüsika ja Bioloogia Uuringute Keskuse asutamisega, mille eesmärk oli nende kahe eriala vahelise suhtlemise arendamine ja pakkuda juurdepääsu teoreetiliste teaduste mõttemaailma. Keskus paigutas juba tuntuse saavutanud füüsikud bioloogiateadlaste hulka ja lisas sinna veel sõltumatuid kaastöölisi, kes olid orienteeritud teoreetilistele teadustele või siis arvutusteadusele. Ja hämmastav oli see, kuidas selline idee

² Hammond World Atlas Corporation on Ameerika kaartide valmistamise kompanii, mille asutas 1900. a Brooklynis Caleb Stillson Hammond, kes oli varem juhatanud Rand McNally New Yorki kontorit alates 1894. aastast.

tekitas samasuguse lähenemisega rühmi muudes teadusasutustes. Võib küll öelda ka seda, et hämmastavaks tuleb lugeda asjaolu, et sellist lähenemist polnud harrastatud palju varem.

Feigenbaum hämmastas maailma ka sellega, et tema uurimuste kohaselt oli renessanssiaja suur mõtleja Galileo Galilei väga lähedal üldrelatiivsusteooria avastamisele, sest kui tal oleks olnud kasutada tänapäevane matemaatiline aparaat, oleks tema invarianttsuse teooria olnud võimeline jõudma Einsteini võrranditeni. Need polnud paljad sõnad, sest Feigenbaum esitas ka vastava matemaatika oma sõnade tõestuseks.

Lisaka Wolffi auhinnale sai Feigenbaum MacArthur Fondi auhinna. Ta oli Riikliku Teaduste Akadeemia liige, Ameerika Kunstide ja Loodusteaduste Akadeemia liige ja Ameerika Füüsikaseltsi liige.

Kui Feigenbaum töötas veel Los Alamoses, siis abiellus ta sakslanna Corneliaga, kes oli füüsik David Campbelli naise õde. Kuid üsna pea Cornelia jättis Feigenbaumi maha ja läks ei kellegi muu kui Pete Carruthersi juurde. Kui Feigenbaum oli tulnud tagasi Cornelli, siis abiellus ta Gunilla-nimelise naisega, kes oli kirikuõpetaja tütar Põhja-Rootsi väikelinnast ja neljateistkümne aastasena jooksnud kodunt ära, saanud Salvador Dali modelliks ja siis 1966. a jõudnud modellina New Yorki³. Gunilla oli olnud ajakirjanik, videote valmistaja, dramaturg ja maalikunstnik. Feigenbaum abiellus temaga 1966. a ja nad elasid koos 26 aastat, mille jooksul Gunillast sai figuratiivne maalikunstnik.

Wolfram kirjutab, et kui ta külastas Feigenbaumi ja Gunilla korterit New Yorkis, siis köitis ta tähelepanu puur väga valjuhäälese kakaduuga, kelle kisa pärast oli Feigenbaumi ähvardatud korterist väljatõstmisega ja lõpuks olevat Gunilla lahkunudki kakaduu pärast.

³ See lugu tuletas mulle vägisi meelde Pierre Louis Moreau de Maupertuis ekspeditsiooni Lapimaale, sest aasta pärast ekspeditsiooni lõppu ilmusid Rootsist Pariisi õekesed Elisabeth ja Christine Planströmid, kelle isa majas osa ekspeditsiooni liikmeid olid peatunud ja ilmselt siis tüdrukutele Pariisist imeasju kokku töötanud (tõsi ta on, et Maupertuis oli Christine'le isegi luuletuse pühendanud). Maupertuis koos oma sõpradega nägi palju vaeva tüdrukute elu korraldamisega, sest Rootsi tagasi ei tahtnud nad mitte mingil juhul minna.

Feigenbaumist jäid maha kaks poega Kiril ja Sasha Dobrovolsky, vend Edward Feigenbaum ja õde Glenda Jeunelot (Wolframi andmetel Feigenbaumil oma lapsi ei olnud).

Kasutatud allikad

https://en.wikipedia.org/wiki/Mitchell_Feigenbaum

<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Feigenbaum/>

https://en.wikipedia.org/wiki/Feigenbaum_constants

<https://web.archive.org/web/20200121013332/https://www.rockefeller.edu/news/26289-mitchell-feigenbaum-physicist-pioneered-chaos-theory-died/>

<https://writings.stephenwolfram.com/2019/07/mitchell-feigenbaum-1944-2019-4-66920160910299067185320382/>

M.J. Feigenbaum, *Universal Behavior in Nonlinear Systems*, Los Alamos Science/Summer 1980

J. Gleick, *Chaos: Making a New Science*, Open Road Media, 2011